**Уважаемые студенты!**

Внимательно читайте задания, если не сказано присылать фото ваших работ – не надо присылать ни фото конспектов(лекционного материала), ни практических работ! Я проверю их при сдаче экзамена!

Оценивать работы буду лишь правильно оформленные: ФИ студента, группа, задание от какого числа и сама работа.. Бывают форс-мажорные ситуации, но сообщать мне о них нужно не во время сдачи работ! И если с вами они случаются постоянно – верить не буду!

Работы присылать на почту:

[mmarinadonskaya@yandex.ru](mailto:mmarinadonskaya@yandex.ru)

Если будут вопросы, телефон для связи\_ 8-950-916-58-96, также я доступна во многих социальных сетях и мессенджерах!

По каждой пройденной теме буду проводить видео-разбор практических заданий, также опросы по видео-конференциям, о которых буду сообщать заранее!

**Задание №1.**

**10.11.2020 до 16:00 студентам: Шпаков, Пупков, Маркина, Карцева, Финогеева, Куляпкин, Бурдина прислать мне на почту д/з на проверку!**

**Задание №2.**

**Продолжаем тему пределов! Новая тема: «Замечательные пределы».**

Повторить основные понятия прошлых тем, разобрать и выучить новый лекционный материал!

Основные понятия, свойства, определения, теоремы, формулы и примеры из лекционного материала законспектировать в тетрадь!

Мне присылать их не нужно, но наличие всех лекций является одним из условий допуска к экзамену!

**Первый замечательный предел**

Рассмотрим следующий предел: http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image002.gif

Согласно нашему правилу нахождения пробуем подставить ноль в функцию: в числителе у нас получается ноль (синус нуля равен нулю), в знаменателе, очевидно, тоже ноль. Таким образом, мы сталкиваемся с неопределенностью вида http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image004.gif, которую, к счастью, раскрывать не нужно.

В курсе математического анализа, доказывается, что: http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image006.gif

Данный математический факт носит название **Первого замечательного предела**.

Нередко в практических  заданиях функции могут быть расположены по-другому, это ничего не меняет:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image008.gif – тот же самый первый замечательный предел.

**! Но самостоятельно переставлять числитель и знаменатель нельзя! Если дан предел в виде http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image010.gif, то и решать его нужно в таком же виде, ничего не переставляя.**

На практике в качестве параметра http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image012.gif может выступать не только переменная http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image014.gif, но и элементарная функция, сложная функция. **Важно лишь, чтобы она стремилась к нулю**.

Примеры:  
http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image016.gif, , http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image020.gif, http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image022.gif

Здесь http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image024.gif, http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image026.gif, http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image028.gif, http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image030.gif – первый замечательный предел применим.

А вот следующая запись – ересь:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image032.jpg

Почему? Потому что многочлен http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image034.gif не стремится к нулю, он стремится к пятерке.

На практике не все так гладко, почти никогда студенту не предложат решить легкий предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image038.gif и получить зачет. Хммм… Пишу эти строки, и пришла в голову очень важная мысль – все-таки «халявные» математические определения и формулы вроде  http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image040.gif лучше помнить наизусть, это может оказать неоценимую помощь на зачете, когда вопрос будет решаться между «двойкой» и «тройкой», и преподаватель решит задать студенту какой-нибудь простой вопрос или предложить решить простейший пример («а может он (а) все-таки знает чего?!»).

Переходим к рассмотрению практических примеров:

Пример 1

Найти предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image042.gif

Если мы замечаем в пределе синус, то это нас сразу должно наталкивать на мысль о возможности применения первого замечательного предела.

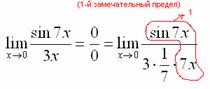
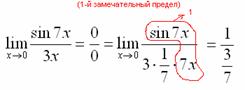
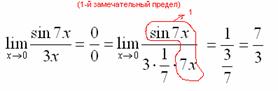
Сначала пробуем подставить 0 в выражение под знак предела (делаем это мысленно или на черновике):  
  
http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image044.gif

Итак, у нас есть неопределенность вида http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image004_0000.gif, ее *обязательно указываем* в оформлении решения. Выражение под знаком предела у нас похоже на первый замечательный предел, но это не совсем он, под синусом находится http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image047.gif, а в знаменателе http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image049.gif.

В подобных случаях первый замечательный предел нам нужно организовать самостоятельно, используя искусственный прием. Ход рассуждений может быть таким: «под синусом у нас http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image047_0000.gif, значит, в знаменателе нам тоже нужно получить http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image047_0001.gif».  
А делается это очень просто:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image051.gif

То есть, знаменатель искусственно умножается в данном случае на 7 и делится на ту же семерку. Теперь запись у нас приняла знакомые очертания.  
Когда задание оформляется от руки, то первый замечательный предел желательно пометить простым карандашом:

  
Что произошло? По сути, обведенное выражение у нас превратилось в единицу и исчезло в произведении:  
  
Теперь только осталось избавиться от трехэтажности дроби:  


Готово. Окончательный ответ: http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image059.gif

Если не хочется использовать пометки карандашом, то решение можно оформить так:

“  
http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image061.gif  
Используем первый замечательный предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image006_0000.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image063.gif

**Второй замечательный предел**

В теории математического анализа доказано, что:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image118.gif

Данный факт носит название **второго замечательного предела**.

*Справка: http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image120.gif – это иррациональное число.*

В качестве параметра http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image012_0000.gif может выступать не только переменная http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image014_0000.gif, но и сложная функция. **Важно лишь, чтобы она стремилась к бесконечности**.

Пример

Найти предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image122.gif

Когда выражение под знаком предела находится в степени – это первый признак того, что нужно попытаться применить второй замечательный предел.

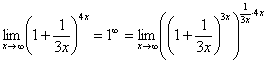
Но сначала, как всегда, пробуем подставить бесконечно большое число в выражение  http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image124.gif

Нетрудно заметить, что при *http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image126.gif* основание степени http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image128.gif, а показатель – *http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image130.gif*, то есть имеется, неопределенность вида http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image132.gif:

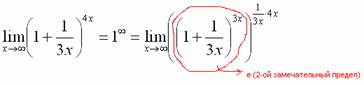
http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image134.gif

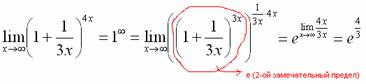
Данная неопределенность как раз и раскрывается с помощью второго замечательного предела. Но, как часто бывает, второй замечательный предел не лежит на блюдечке с голубой каемочкой, и его нужно искусственно организовать.

Рассуждать можно следующим образом: в данном примере параметр http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image136.gif, значит, в показателе нам тоже нужно организовать  http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image049_0000.gif. Для этого возводим основание в степень http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image049_0001.gif, и, чтобы выражение не изменилось – возводим в степень http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image140.gif:



Когда задание оформляется от руки, карандашом помечаем:

  
Практически всё готово, страшная степень превратилась в симпатичную букву http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image146.gif:

**При этом сам значок предела перемещаем в показатель**:  


Далее, отметки карандашом я не делаю, принцип оформления, думаю, понятен.

Пример

Найти предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image150.gif

*Внимание! Предел подобного типа встречается очень часто, пожалуйста, очень внимательно изучите данный пример.*

Пробуем подставить бесконечно большое число в выражение, стоящее под знаком предела:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image152.gif

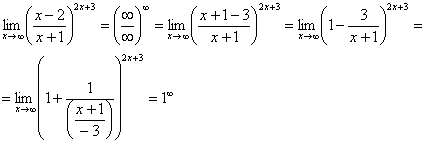
В результате получена неопределенность http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image154.gif. Но второй замечательный предел применим к неопределенности вида http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image132_0000.gif. Что делать? Нужно преобразовать основание степени. Рассуждаем так: в знаменателе у нас http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image157.gif, значит, в числителе тоже нужно организовать http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image157_0000.gif:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image160.gif

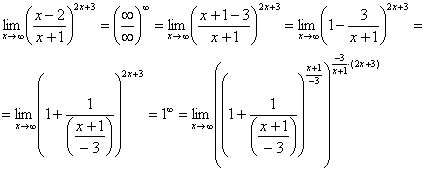
Теперь можно почленно разделить числитель на знаменатель:

http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image162.gif

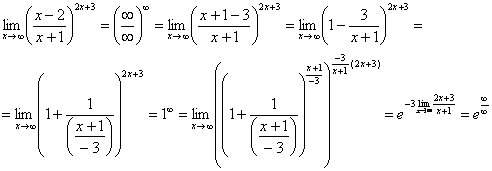
Вроде бы основание стало напоминать http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image164.gif, но у нас знак «минус» да и тройка какая-то вместо единицы. Поможет следующее ухищрение, [**делаем дробь трехэтажной**](http://www.mathprofi.ru/goryachie_formuly.pdf):



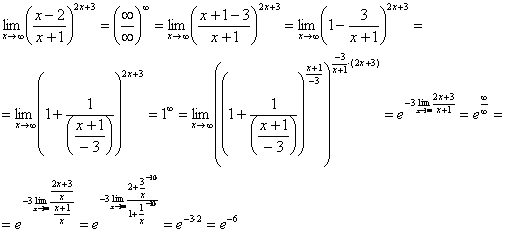
Таким образом, основание приняло вид http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image164_0000.gif, и, более того, появилась нужная нам неопределенность http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image132_0001.gif. Организуем второй замечательный предел http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image169.gif.  
Легко заметить, что в данном примере http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image171.gif. Снова исполняем наш искусственный прием: возводим основание степени в http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image173.gif, и, чтобы выражение не изменилось – возводим в обратную дробь http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image175.gif:



Наконец-то долгожданное http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image179.gif устроено, с чистой совестью превращаем его в букву http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image146_0000.gif:



Но на этом мучения не закончены, в показателе у нас появилась неопределенность вида http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image183.gif, раскрывать такую неопределенность мы научились на прошлой паре. Делим числитель и знаменатель на http://www.mathprofi.ru/f/zamechatelnye_predely_clip_image014_0001.gif:



Готово.