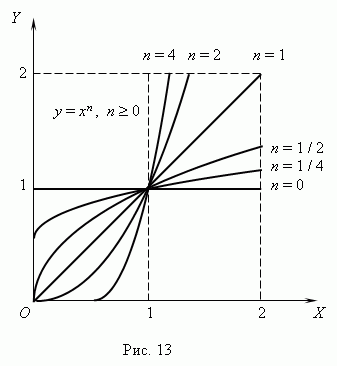
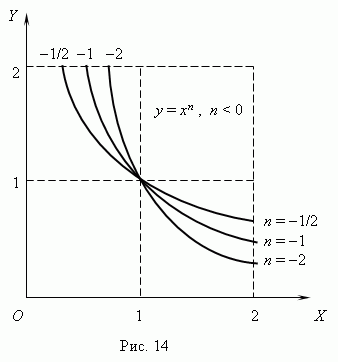
**Добрый день, записать основные понятия из лекционного материала, выучить.**

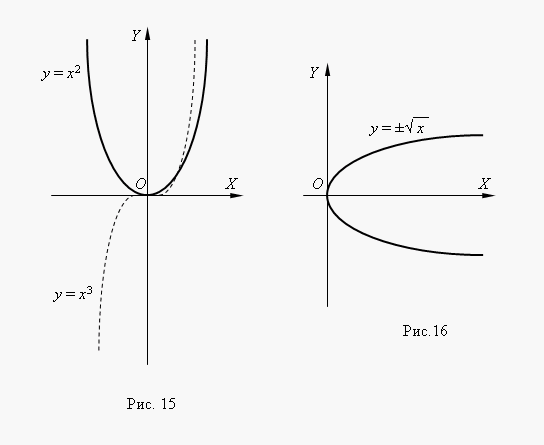
**Тема 5.3. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции.**

***1. Степенная функция.***Это функция:*y = axn*, где *a, n* – постоянные. При *n* = 1 получаем *прямую пропорциональность*: *y*=*ax*; при *n* = 2 - *квадратную параболу*; при *n* = 1 – *обратнуюпропорциональность*или*гиперболу*.Таким образом, эти функции - частные случаи степеннойфункции. Мы знаем, что нулевая степень любого числа, отличного от нуля, равна 1, cледовательно, при*n* = 0 степенная функция превращается в постоянную величину:  *y*=*a*, т.e. её график - прямая линия, параллельная оси  *Х*, исключая начало координат ( поясните, пожалуйста, почему ? ).Все эти случаи ( при  *a* = 1 ) показаны на рис.13  ( *n* http://www.bymath.net/studyguide/geq.gif 0 ) и рис.14 ( *n* < 0 ). Отрицательные значения  *x*здесь не рассматриваются, так как тогда некоторые функции:  
http://www.bymath.net/studyguide/fun/sec/fun9q.gif





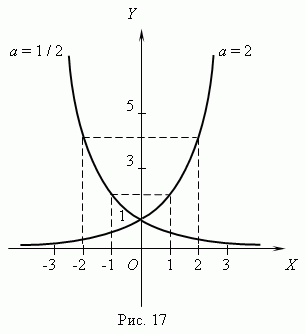
Если  *n* – целые, степенные функции имеют смысл и при *x*< 0, но их графики имеют различный вид в зависимости от того, является ли  *n*  чётным числом или нечётным. На рис.15 показаны две такие степенные функции:  для  *n* = 2  и  *n* = 3.



При *n* = 2 функция чётная и её график симметричен относительно оси *Y*. При *n* = 3 функция нечётная и её график симметричен относительно начала координат. Функция  *y* = *x*3 называется *кубической параболой*.

На рис.16 представлена функция http://www.bymath.net/studyguide/fun/sec/fun9r.gif. Эта функция является обратной к квадратной параболе *y* = *x*2, её график получается поворотом графика квадратной параболы вокруг биссектрисы 1-го координатного углаЭто способ получения графика любой обратной функции из графика её исходной функции. Мы видим по графику, что это двузначная функция (об этом говорит и знак ± перед квадратным корнем). Такие функции не изучаются в элементарной математике, поэтому в качестве функции мы рассматриваем обычно одну из её ветвей: верхнюю или нижнюю.

***2. Показательная функция.***Функция   *y* = *ax*, где  *a* - положительное постоянное число, называется *показательной функцией*.Аргумент  *x* принимает *любые действительные значения*;  в качестве значений функции рассматриваются *только положительные числа*, так как иначе мы имеем многозначную функцию. Так, функция *y* = 81*x* имеет при  *x* = 1/4 четыре различных значения:  *y* = 3,  *y* = 3,  *y* = 3 *i*  и  *y* = 3 *i*(проверьте,пожалуйста !). Но мы рассматриваем в качестве значения функции только *y* = 3. Графики показательной функции для  *a* = 2  и  *a* = 1/2  представлены на рис.17. Они проходят через точку  ( 0, 1 ). При  *a* = 1 мы имеем график прямой линии, параллельной оси *Х*, т.e. функция превращается в постоянную величину, равную 1. При  *a* > 1 показательная функция возрастает, a при  0 < *a* < 1 – убывает.



Основные характеристики и свойства показательной функции:

- область определения функции:**http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif< *x*+ http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif ( т.e. *x* http://www.bymath.net/studyguide/belong.gif ***R*** );

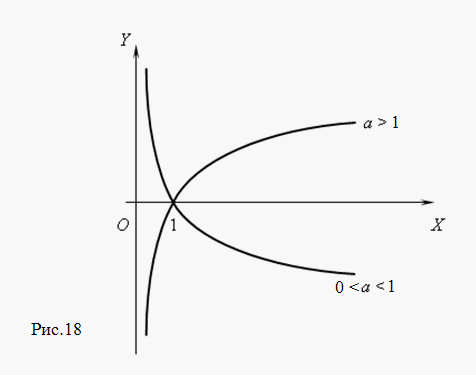
   область значений:  *y*> 0 ;

   - функция монотонна: возрастает при  *a* > 1 и убывает при  0 < *a* < 1;

   - функция неограниченная, всюду непрерывная, непериодическая;

*-*нулей функция не имеет.

***3. Логарифмическая функция.*** Функция  *y* = log *a* *x*, где  *a* – постоянное положительное число,не равное 1, называется *логарифмической*. Эта функция является обратной к показательной функции; её график ( рис.18 ) может быть получен поворотом графика показательной функции вокруг биссектрисы 1-го координатного угла.



Основные характеристики и свойства логарифмической функции:

- область определения функции: *x*> 0,а область значений: **http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif< *y*+ http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif

   ( т.e.  *y http://www.bymath.net/studyguide/belong.gif* ***R*** );

    - это монотонная функция: она возрастает при  *a* > 1 и убывает при 0 <   *a* < 1;

    - функция неограниченная, всюду непрерывная, непериодическая;

    - у функции есть один ноль:  *x* = 1.

***4. Тригонометрические функции.***При построении тригонометрических функций мы используем *радианную* меру измерения углов.Тогда функция  *y*= sin *x* представляется графиком ( рис.19 ). Эта кривая называется *синусоидой*.

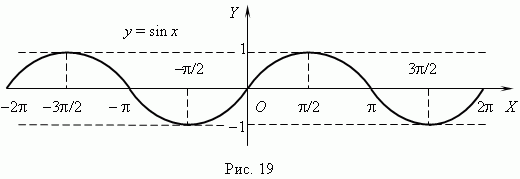
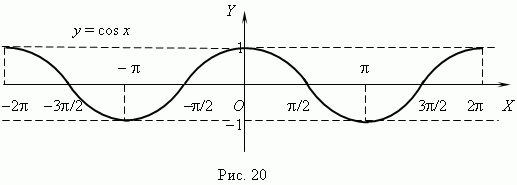


График функции  *y* = cos *x* представлен на рис.20; это также синусоида, полученная в результате перемещения графика  *y* = sin *x* вдоль оси *Х*влево на http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif2



Из этих графиков очевидны характеристики и свойства этих функций:

- область определения: **http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif< *x*+ http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gifобласть значений:  1 http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif  *y* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif +1;

    - эти функции периодические: их период 2http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif;

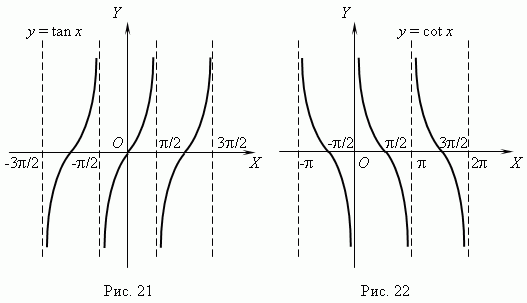
- функции ограниченные  ( | *y* | http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif, всюду непрерывные, не монотонные, но

   имеющие так называемые *интервалы монотонности*, внутри которых они

   ведут себя, как монотонные функции ( см. графики рис.19 и рис.20 );

- функции имеют бесчисленное множество нулей (подробнее см. раздел   
  [«Тригонометрические уравнения»](http://www.bymath.net/studyguide/tri/sec/tri16.htm)).

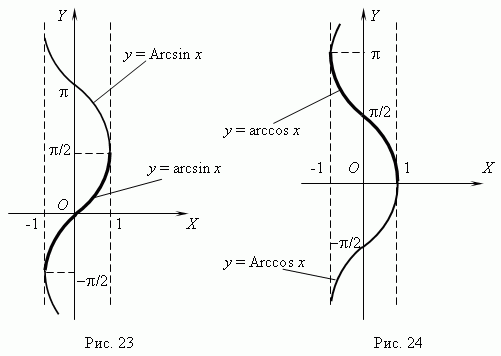
 Графики функций  *y*= tan *x*  и  *y* = cot *x*  показаны соответственно на рис.21 и рис.22



      Из графиков видно, что эти функции: периодические (их период http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif), неограниченные, в целом не монотонные, но имеют интервалы       монотонности (какие?), разрывные (какие точки разрыва имеют эти функции?).  
      Область определения и область значений этих функций:

http://www.bymath.net/studyguide/fun/sec/fun9s.gif

***5.  Обратные тригонометрические функции.*** Определения обратных тригонометрических функций и их основные свойства приведены в [одноимённом разделе в главе «Тригонометрия»](http://www.bymath.net/studyguide/tri/sec/tri14.htm). Поэтому здесь мы ограничимся лишь короткими комметариями, касающимися их графиков, полученных поворотом графиков тригонометрических функций вокруг биссектрисы 1-го координатного угла.



 Функции  *y* = Arcsin *x* (рис.23) и   *y*= Arccos *x* (рис.24многозначные, неограниченные; их область определения и  область  значений сответственно:  1 http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif  *x* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif +1  и **http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif< *y*+ http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif.

Поскольку эти функции многозначные,не рассматриваемые в элементарной математике, в качестве обратных тригонометрических функций рассматриваются их главные значения:  *y* = arcsin *x*и   *y*= arccos *x*; их графики выделены на рис.23 и рис.24 жирными линиями.

Функции  *y* = arcsin *x*  и  *y*= arccos *x*обладают следующими характеристиками и свойствами:

- у обеих функций одна и та же область определения:  1 http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif  *x* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif +1 ;

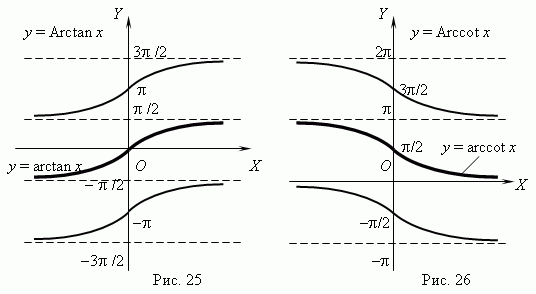
  их области значений: http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif/2http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif*y* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif/2  для  *y* = arcsin *x* и  0 http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif  *y* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif http://www.bymath.net/studyguide/pi.gifдля  *y*= arccos *x*;

- функции ограниченные, непериодические, непрерывные и монотонные

   ( *y* = arcsin *x*– возрастающая функция;*y*= arccos *x –*убывающая );

- каждая функция имеет по одному нулю ( *x*= 0  у функции  *y* = arcsin *x* и

*x*= 1  у функции  *y*= arccos *x*).



Функции  *y* = Arctan *x* ( рис.25 ) и  *y*= Arccot *x*( рис.26 )- многозначные, неограниченные; их область определения: http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif *x* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif + http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif . Их главные значения  *y* = arctan *x* и  *y*= arccot *x*рассматриваются в качестве обратных тригонометрических функций; их графики выделены на рис.25 и рис.26 жирными ветвями.

Функции  *y* = arctan *x* и  *y*= arccot *x*имеют следующие характеристики и свойства:

- у обеих функций одна и та же область определения:  http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif *x* http://www.bymath.net/studyguide/leq.gif + http://www.bymath.net/studyguide/infnt.gif;

  их области значений: http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif/2<*y* < http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif/2  для  *y* = arctan *x*  и  0 < *y* <http://www.bymath.net/studyguide/pi.gif  для  *y*= arccos *x*;

- функции ограниченные, непериодические, непрерывные и монотонные

  ( *y* = arctan *x*– возрастающая функция;*y*= arccot *x –*убывающая );

- только функция  *y* = arctan *x* имеет единственный ноль ( *x*= 0 );

  функция  *y*= arccot *x*нулей не имеет.

**5) Подведение итогов урока:** Вывод о достижении цели занятия.