**Здравствуйте, повторить материал, переписать *выделенное,* разобрать и переписать примеры.**

***Тема 1.1. Развитие понятия о числе.***

**Целые числа**

К целым числам относятся: натуральные числа (1, 2, 3, ...); числа, противоположные натуральным (-1, -2, -3,...) и число нуль (0). Множество целых чисел обозначают буквой Z.

Пример 1

Найти решения уравнения (5х – 3)(3х + 6)(2х - 4) = 0, которые являются целыми числами.

Левая часть уравнения является произведением трех сомножителей и т. к. такое произведение равно нулю, то один из сомножителей равен нулю. Поэтому надо рассмотреть три случая:

а) Первый сомножитель равен нулю, т. е. 5х — 2 = 0. Решаем это линейное уравнение: 5x = 2 и х = 2/5. Однако найденное решение не является целым числом и условию задачи не удовлетворяет.

б) Второй множитель равен нулю, т. е. 3х + 6 = 0 или 3х = -6 и х = -2. Это число действительно является целым числом и будет корнем уравнения.

в) Третий множитель равен нулю, т. е. 2х - 4 = 0 или 2х = 4 и х = 2. Это также целое число и является решением уравнения.

Итак, уравнение имеет два целых корня: х = -2 и х = 2.

В более сложных уравнениях левую часть предварительно надо разложить на множители.

 Пример 2

Найти целочисленные решения уравнения х3 + 2х2 - 3х = 0.

Прежде всего, вынесем х за скобки: х(х2 + 2х - 3) = 0. Левая часть уравнения разложена на два множителя и их произведение равно нулю. Поэтому один из сомножителей равен нулю. Рассмотрим два случая:

а) х = 0. Так как это целое число, то оно и является решением задачи.

б) х2 + 2х - 3 = 0. Далее это уравнение можно решать или как квадратное (см. тему 3) или разложить его левую часть на множители. Воспользуемся последним способом. Для этого представим 2х в виде: 2х = 3х - х и сгруппируем члены в левой части уравнения: х2 + 2х - 3 = х2 + 3х – х - 3 = (х2 + 3х) - (х + 3) = х(х + 3) - (х + 3) = (х + 3)(х - 1). После этого уравнение имеет вид: (х + 3)(х - 1) = 0. Поэтому снова надо рассмотреть два случая: или х + 3 = 0 (откуда х = -3), или х - 1 = 0 (откуда х = 1). Эти два числа являются целыми и также будут решениями задач.

Следовательно, уравнение имеет три целочисленных решения: х = 0, х = -3, х = 1.

**1. Рациональные числа.**

Обыкновенной дробью называется число вида m/n (где m — целое число, а n — натуральное). Например: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image731.jpg — обыкновенные дроби. Число m называют числителем дроби, а число n — знаменателем дроби. Всякое целое число можно также рассматривать как обыкновенную дробь со знаменателем 1. Например: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image732.jpg

Напомним основное свойство дробей: если числитель и знаменатель данной дроби умножить или разделить на одно и то же (не равное нулю) число, то получится дробь, равная данной дроби.

Пример 1

Рассмотрим дробь 9/15. Умножим ее числитель и знаменатель на число 2. Получаем дробь https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image733.jpg Эта дробь равна данной.

Разделим теперь числитель и знаменатель дроби 9/15 на число (-3). Получаем дробь https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image734.jpg Эта дробь также равна данной. Итак, имеем: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image735.jpg Поэтому одну и ту же дробь можно представить в виде m/n разными способами.

Обыкновенная дробь m/n называется правильной, если |т| < n, и неправильной, если |m| ≥ n.

 Пример 2

а) Дробь 1/3 — правильная, т. к. |1| = 1 < 3.

б) Дробь -7/15 - правильная, т. к. |-7| = -(-7) = 7 < 15.

в) Дробь 9/8 — неправильная, т. к. |9| = 9 > 8.

г) Дробь -5/5 — неправильная, т. к. |-5| = -(-5) = 5.

д) Дробь -11/3 — неправильная, т. к. |-11| = -(-11) = 11 > 3.

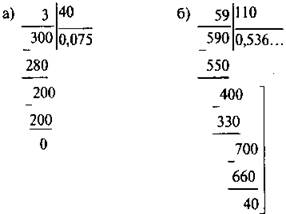
Неправильная дробь может быть записана в виде смешанной дроби, т. е. дроби, содержащей целую и дробную части. Например, https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image736.jpghttps://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image737.jpg

**2. Запись обыкновенной дроби в виде десятичной.**

Любую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной дроби, разделив «уголком» ее числитель на знаменатель.

 Пример 5

Обратить в десятичную дробь: а) 3/40, б) 59/110.



В случае а) была получена конечная десятичная дробь: 3/40 = 0,075. В случае б) легко увидеть, что после выполненного деления вновь получается остаток 40, и процесс деления будет неограниченно продолжаться (отмечено скобкой справа). Поэтому получаем: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image747.jpg бесконечную периодическую десятичную дробь. При этом повторяющаяся группа цифр называется периодом. Принято период указывать в скобках: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image748.jpg

Учитывая, что конечная десятичная дробь не изменится, если после последней цифры записать любое количество нулей (например, 0,075 = 0,0750 = 0,07500 и т. д.), конечные десятичные дроби можно рассматривать как бесконечные периодические десятичные дроби с периодом нуль (например, 0,075 = 0,075(0)). Однако заметим, что период нуль никогда не указывается.

Таким образом, любая обыкновенная дробь m/n может быть представлена единственным образом в виде бесконечной периодической десятичной дроби.

Справедливо также и обратное утверждение: любая бесконечная периодическая десятичная дробь может быть представлена единственным образом в виде обыкновенной дроби m/n .

На примере рассмотрим, как производится такое обращение.

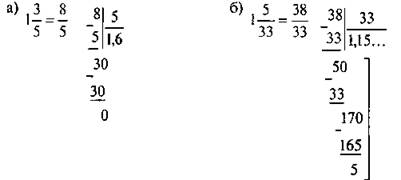
 Пример 6

Обратить в обыкновенную дробь: а) 1,6; б) 1,(15).

а) Сразу запишем данную дробь в виде обыкновенной и выполним сокращение: https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image749.jpg

б) Обозначим данное число буквой х = 1,(15) = 1,1515... Так как период этой дроби содержит две цифры, то умножим число х на 102 = 100 и получим 100x = 115,1515... Теперь найдем разность чисел 100х и х: 100x - x = 99x = 115,1515... - 1,1515... = 114. Для нахождения х получаем уравнение: 99x = 114, откуда https://compendium.su/mathematics/algebra8/algebra8.files/image750.jpg

Проверить полученные результаты очень просто: надо опять обратить полученные обыкновенные дроби в десятичные:



К сожалению, операции над бесконечными периодическими десятичными дробями выполнить намного сложнее. Самый простой способ решения таких задач: перевести эти дроби в обыкновенные и выполнить действия с ними.

В заключение этого занятия сделаем основной вывод: к рациональным числам относятся: целые числа, обыкновенные дроби, конечные десятичные дроби и бесконечные десятичные дроби. Все рациональные числа можно представить в виде m/nт (где m — целое число, n — натуральное число). Множество рациональных чисел обозначают буквой Q.

Заметим, что разные бесконечные десятичные периодические дроби представляют разные рациональные числа. Исключением являются дроби с периодом 9, которые считают другой записью дробей с периодом 0.

 Пример 8

а) 2,(9) = 2,99... = 3,00... = 3; б) 2,37(9) = 2,3799... = 2,3800... = 2,38. Бесконечные десятичные дроби с периодом 9 заменяют дробями с периодом 0. При обращении обыкновенной дроби в десятичную не может получиться дробь с периодом 9.