**Здравствуйте, повторить материал, переписать *выделенное,* разобрать и переписать примеры.**

***Тема 1.1. Развитие понятия о числе.***

**Натуральные числа. Делимость натуральных чисел**

*«Числа не управляют миром, но показывают, как управляется мир»*, - утверждал великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гете. Перечислим известные из курса средней школы числовые множества. В процессе учебы они появляются последовательно, по мере усложнения арифметических и алгебраических задач.

1. **Натуральные числа.**

Изучение нового материала (основные понятия)

Числа, которые используются для счета предметов, называются натуральными: 1, 2, 3, 4, ... Множество натуральных чисел обозначают буквой N. Для того чтобы записать, что какое-либо число принадлежит рассматриваемому множеству, используют знак е. Например, утверждение, что число 5 является натуральным (или что число 5 принадлежит множеству натуральных чисел N), можно записать так: 5 ∈ N. Число 2, 3 не является натуральным. Это можно записать с помощью знака ∉, т. е. 2, 3 ∉ N.

Все натуральные числа (исключая число 1) разделяются на простые числа и составные числа.

Число называется составным, если оно имеет хотя бы один делитель, который не равен самому числу или единице. Например, число 18 имеет такие делители: 2, 3, 6, 9. Поэтому число 18 является составным. (Разумеется, кроме перечисленных делителей у числа 18 есть еще два делителя: 1 и 18).

Число называется простым, если оно не имеет других делителей кроме самого себя и единицы (например, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...).

Число 1 не является ни простым, ни составным.

1. ***Делимость натуральных чисел.***

Напомним основные признаки делимости натуральных чисел.

1. Число делится (без остатка или нацело) на число 2, если его последняя цифра четная или 0. (Напомним, что число 0 не является ни четным, ни нечетным). Например, число 35 634 делится на 2, а число 35 635 — не делится.

2. Число делится на число 3, если сумма его цифр делится на 3. Например, число 33 606 делится на 3, т. к. сумма цифр этого числа 3 + 3 + 6 + 0 + 6 = 18 делится на 3. Число 32 606 имеет сумму цифр 3 + 2 + 6 + 0 + 6 = 17, которая на 3 не делится. Поэтому число 32 606 также на 3 не делится.

3. Число делится на число 4, если две его последние цифры образуют число, которое делится на 4, или являются нулями. Например, число 35 112 делится на 4, т. к. число, образованное двумя последними цифрами (число 12), делится на 4.

Обратите внимание на этот признак делимости. Очень часто школьники ошибочно «сокращают» этот признак делимости до такого: число делится на число 4, если две его последние цифры делятся на 4. Разумеется, данный «признак делимости» является грубой ошибкой. В рассмотренном примере число 35 112 делилось на 4, хотя ни одна из его двух последних цифр (1 и 2) на 4 не делится.

Число 35 118 на число 4 не делится, т. к. число 18 (образованное двумя последними цифрами) на 4 не делится.

4. Число делится на число 5, если его последняя цифра 0 или 5. Например, числа 35 110 и 35 115 делятся на 5, а число 37 513 на 5 не делится.

5. Число делится на число 8, если три его последние цифры образуют число, которое делится на 8, или являются нулями. Например, число 37 408 делится на 8, т. к. число 408 делится на 8. Число 37 414 не делится на 8, т. к. число 414 не делится на 8.

6. Число делится на число 9, если сумма его цифр делится на 9. Например, число 71 505 делится на 9, т. к. сумма цифр этого числа 7 + 1 + 5 + 0 + 5 = 18 делится на 9. Число 70 505 имеет сумму цифр 7 + 0 + 5 + 0 + 5 = 17, которая на 9 не делится. Следовательно, и само число не делится на 9.

7. Число делится на число 10, если его последняя цифра нуль. Например, число 37 510 делится на 10, а число 37 515 не делится на 10.

Признаки делимости позволяют решать и более сложные задачи.

Пример 1

Определите: на какие из чисел 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 делится без остатка число 357 120.

а) Число делится на 2, т. к. его последняя цифра нуль.

б) Число делится на 3, т. к. сумма цифр данного числа равна 3 + 5 + 7 + 1 + 2 + 0 = 18 и делится на 3.

в) Число делится на 4, т. к. две его последние цифры образуют число 20, которое делится на 4.

г) Число делится на 5, т. к. его последняя цифра нуль.

д) Число делится на 6, т. к. 6 = 2 · 3 и из пунктов а, б следует, что число делится на 2 и 3 одновременно.

е) Число делится на 8, т. к. три его последние цифры образуют число 120, которое делится на 8.

ж) Число делится на 9, т. к. сумма его цифр 18 (пункт б) делится на 9.

з) Число делится на 10, т. к. его последняя цифра нуль.

Пример 2

Определите, является ли число 98 706 540 321 простым или составным?

Используя признаки делимости, сразу определяем, что данное число на 2, 4, 5, 8, 10 не делится. Теперь разберемся, делится ли это число на 3 и на 9. Найдем сумму цифр этого числа: 9 + 8 + 7 + 0 + 6 + 5 + 4 + 0 + 3 + 2 + 1 = 45. Так как число 45 делится на 3 и на 9, то данное число также делится на 3 и на 9. Так как данное число имеет делители (3 и 9), которые неравны ни единице, ни самому числу, то (по определению) оно является составным.

Нужно заметить, что далеко не всегда одно натуральное число делится на другое без остатка. Например, при делении числа 29 на 3 получаем в частном 9 и в остатке 2. Эту операцию можно записать в виде: 29 = 3 · 9 + 2 или делимое (29) = делитель (3) · частное (9) + остаток (2). При этом остаток должен быть натуральным числом или нулем и меньше, чем делитель.

 **Десятичная система счисления.**

Любое натуральное число можно записать в десятичной системе счисления.

 Пример 7

а) Число 526 можно записать в виде: 526 = 5 · 100 + 2 · 10 + 6 · 1, из которого следует, что число состоит из пяти сотен, двух десятков и шести единиц.

б) Число  можно записать также в виде:  = 100 · а + 10 · b + с. Из этой записи видно, что число состоит из а сотен, b десятков и с единиц.

Заметим, что в записи  черта сверху обязательна, т. к. эта запись означает трехзначное число, у которого первая цифра a, вторая — b и третья — с. Если черта сверху не проставлена, то запись abc означает произведение чисел a, b и с. Поэтому не путайте эти две формы записи. Также отметим, что если число состоит из конкретных цифр (например 729), то черта сверху не нужна: всем понятно, что это число семьсот двадцать девять.

Рассмотрим теперь примеры на использование записи числа в десятичной системе счисления.

 Пример 8

Известно, что шестизначное число  (X — число сотен) делится на 3. Найти цифру X.

Используем признак делимости на 3 и найдем сумму цифр данного числа: 1 + 7 + 5 + X + 4 + 5 = 22 + X. Так как число делится на 3, то и сумма его цифр (22 + X) делится на 3. Легко сообразить, что при X = 2 сумма цифр равна 24 и делится на 3; при Х = 5 сумма цифр 27 и делится на 3; при Х = 8 сумма цифр 30 и делится на 3. Следующее число Х = 11 и при этом (22 + X) делится на 3. Но X = 11 — не цифра (0 ≤ X ≤ 9). Поэтому задача имеет только три решения Х = 1, Х = 4, X = 7.

1. **Разложение на простые множители натуральных чисел.**

Как известно, составные натуральные числа могут быть разложены на множители. Часто требуется, чтобы такие множители были простыми числами. Любое составное число можно разложить на произведение простых множителей, причем единственным образом.

Разложение на простые множители начинают с наименьших простых чисел 2, 3, 5, используя признаки делимости. При этом последовательно производят деление данного числа на найденные простые делители. Результаты такого деления удобно записывать «столбиком».

 Пример 12

Разложить на простые множители число 9000.



Данное число 9000 по признаку делимости делится на 2. В результате получаем число 4500, которое также делится на 2. Имеем число 2250, которое также делится на 2. Разделив, получаем 1125. По признаку делимости это число делится на 3. Имеем число 375, которое также делится на 3. Разделив, получаем 125. Это число уже на 3 не делится, но делится на 5. Получаем 25. Такое число вновь делится на 5. Имеем 5. Это число является простым и делится только на само себя. Проследив за выполненными действиями (правая часть от вертикальной черты), запишем разложение данного числа на простые множители:

9000 = 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 5 · 5 или 9000 = 23 · 32 · 53 (здесь учтено понятие степени натурального числа).

В тех случаях, когда данное число имеет другие простые делители (7, 11, 13 и т. д.), признаки делимости уже не помогают. Поэтому приходится проверять, делится ли число на такие числа непосредственным делением.

 Пример 13

Разложить на простые множители число 11011.



По признакам делимости это число не делится на 2, 3, 5. Непосредственным делением убеждаемся, что это число делится на следующее простое число 7. Получаем 1573. Это число не делится на 7, но делится на следующее простое число 11. Имеем 143, это число также делится на 11, и получаем 13. Число 13 — простое и делится только само на себя.

После этого выпишем разложение данного числа на простые множители: 11011 = 7 · 11 · 11 · 13 = 7 · 112 · 13.

**5. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель натуральных чисел.**

Для нескольких натуральных чисел a, b, с, ... важнейшими понятиями являются наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель этих чисел.

Наименьшим общим кратным (НОК) натуральных чисел a, b, с, ... называется наименьшее натуральное число, которое нацело делится на эти числа а, b, с,...

Для нахождения НОК чисел a, b, с,...:

1) выписывают разложения на простые множители чисел а, b, с, ...;

2) перечисляют все простые множители, входящие хотя бы в одно из этих разложений;

3) каждый из перечисленных множителей возводят в максимальную степень, с которой этот множитель входит в разложения;

4) произведение полученных степеней простых множителей дает НОК чисел a, b,

Наибольшим общим делителем (НОД) натуральных чисел a, b, с, ... называется наибольшее натуральное число, на которое делятся нацело числа a, b, с,...

Для нахождения НОД чисел а, b, с,...:

1) выписывают разложения на простые множители чисел а, b, с,...;

2) перечисляют все простые множители, входящие во все разложения;

3) каждый из перечисленных множителей возводят в минимальную степень, с которой этот множитель входит в разложения;

4) произведение полученных степеней этих множителей дает НОД чисел а, b, с,...

 **Дополнительные задания.**

1. Определите, на какие из чисел 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20 без остатка делится число:

а) 55440; б) 145860; в) 102102; г) 435435; д) 178932; е) 63240.

3. Определите цифру X, если число

а)  кратно 4;б)  делится на 4.