**ЗДРАВСТВУЙТЕ! РАЗОБРАТЬ ТЕМУ: ВЫПИСАТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРАВИЛА, ПРИМЕРЫ И ГРАФИКИ.**

**ТЕМА: ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС, СИММЕТРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСЕЙ КООРДИНАТ.**

**Сжатие (растяжение) графика к (от) оси ординат.
Симметричное отображение графика относительно оси **

Первая группа действий связана с умножением АРГУМЕНТА функции на число. Для удобства я разобью правило на несколько пунктов:

**Сжатие графика функции к оси ординат**

Это случай когда АРГУМЕНТ функции умножен на число, бОльшее единицы.

**Правило**: чтобы построить график функции , где , нужно график функции  **сжать к оси**  в  раз.

Пример 1

Построить график функции .

Сначала изобразим график синуса, его период равен :

К слову, чертить графики тригонометрических функций вручную – занятие кропотливое, поскольку  и т.д.

 Мысленно возьмём синусоиду в руки и сожмём её **к оси**  в 2 раза:

То есть, график функции  получается путём сжатия графика  к оси ординат в два раза. Логично, что период итоговой функции тоже уполовинился: 

В целях самоконтроля можно взять 2-3 значения «икс» и устно либо на черновике выполнить подстановку:

Смотрим на чертёж, и видим, что это действительно так.

**Растяжение графика функции от оси ординат**

Это противоположное действие.
Случай имеет место, когда АРГУМЕНТ функции умножается на число .

**Правило**: чтобы построить график функции , где , нужно график функции  **растянуть от оси**  в  раз.

Пример 3

Построить график функции 



Растягиваем график **от оси**  в 2 раза:


То есть, график функции  получается путём **растяжения** графика  **от оси ординат** в два раза. Период итоговой функции увеличивается в 2 раза: , он толком даже не вместился на данный чертёж.

**Симметричное отображение графика функции относительно оси ординат**

АРГУМЕНТ функции меняет знак.

**Правило**: чтобы построить график функции , нужно график  отобразить симметрично относительно оси .

Пример 5

Построить график функции 

График функции  получается путём симметричного отображения графика  относительно оси ординат:


Как видите, всё просто.

Если при умножении аргумента на число  значение параметра  отрицательно и не равно минус единице, то построение выполняется в два шага. Например: . На первом шаге выполняем сжатие графика  к оси ординат в 2 раза: . На втором шаге график  отображаем симметрично относительно оси ординат: .

**Сдвиг графика влево/вправо вдоль оси абсцисс**

Если к АРГУМЕНТУ функции  добавляется константа, то происходит сдвиг (параллельный перенос) графика вдоль оси . Рассмотрим функцию  и положительное число :

**Правила**:
1) чтобы построить график функции , нужно график  сдвинуть **ВДОЛЬ** оси  на  единиц **влево**;
2) чтобы построить график функции , нужно график  сдвинуть **ВДОЛЬ** оси  на  единиц **вправо**.

Пример 8

Построить график функции 

График синуса  (чёрный цвет) сдвинем вдоль оси  на  **влево**:

Внимательно присмотримся к полученному красному графику …. Это в точности график косинуса ! По сути, мы получили геометрическую иллюстрацию [**формулы приведения**](http://www.mathprofi.ru/trigonometricheskie_tablicy.pdf) , и перед вами, пожалуй, самая «знаменитая» формула, связывающая данные тригонометрические функции.  График  функции  получается путём сдвига синусоиды  вдоль оси  на  единиц влево.

**Растяжение (сжатие) графика ВДОЛЬ оси ординат.
Симметричное отображение графика относительно оси абсцисс**

1) Если ФУНКЦИЯ  умножается на число , то происходит**растяжение её графика вдоль оси ординат**.

**Правило**: чтобы построить график функции , где , нужно график функции  **растянуть вдоль оси**  в  раз.

2) Если ФУНКЦИЯ умножается на число , то происходит **сжатие её графика вдоль оси ординат**.

**Правило**: чтобы построить график функции , где , нужно график функции  **сжать вдоль оси**  в   раз.

Догадайтесь, какую функцию я буду снова пытать =)

Пример 11

Построить графики функций .

Берём синусоиду за макушку/пятки:

И **вытягиваем** её **вдоль оси**   в 2 раза:

Период функции  не изменился и составляет , а вот значения (все, кроме нулевых) увеличились *по модулю* в два раза, что логично – ведь функция умножается на 2, и область её значений удваивается: .

Теперь **сожмём** синусоиду **вдоль оси**   в 2 раза:

Аналогично, период  не изменился, но область значений функции «сплющилась» в два раза: .

**Сдвиг графика вверх/вниз вдоль оси ординат**

Настала пора дать передышку ногам и сесть в лифт.

Если к ФУНКЦИИ  добавляется константа, то происходит сдвиг (параллельный перенос) её графика вдоль оси . Рассмотрим функцию  и положительное число :

**Правила**:
1) чтобы построить график функции , нужно график  сдвинуть **ВДОЛЬ** оси  на  единиц **вверх**;
2) чтобы построить график функции , нужно график  сдвинуть **ВДОЛЬ** оси  на  единиц **вниз**.

Пример 15

Построить графики функций .

В комментариях, думаю, нет особой необходимости:


Комбинационное построение графика  в общем случае осуществляется очевидным образом:

1) График функции  растягиваем (сжимаем) вдоль оси . Если множитель отрицателен, дополнительно осуществляем симметричное отображение относительно оси .

2) Полученный на первом шаге график  сдвигаем вверх или вниз в соответствии со значением константы .

**Графики функций с модулем**

**Правило**: график функции  получается из графика функции  следующим образом: при  график функции  **сохраняется**, а при  «сохранённая часть» **отображается симметрично** относительно оси .

Пример 22

Построить график функции 

Согласно правилу, при  график сохраняется:

И сохранившаяся часть отображается симметрично относительно оси   в левую полуплоскость:


Действительно, функция  – чётная, и её график симметричен относительно оси ординат. Поясню детальнее смысл симметрии. Посмотрим на два противоположных значения аргумента, например, на  и . А какая разница? Модуль всё равно уничтожит знак «минус»: , то есть значения функции будут располагаться на одной высоте.

Пример 26

Построить график функции .


И снова – то, что находиться в верхней полуплоскости – оставим в покое, а содержимое нижней – отобразим симметрично относительно оси :
