*Уважаемые студенты!*

**Задание №1.**

**Просмотреть 1 и 2 части видео-разбора контрольной работы по теме «Комбинаторика». Разобрать задания, выполнить работу над ошибками!**

**Ссылки на видео-разборы:**

<https://youtu.be/Vkj9o-evJqE>

<https://youtu.be/FcB7fAyiNyA>

**Задание №2.**

**Мы начинаем новую тему: «Элементы теории вероятности и математической статистики».**

**Основные понятия, свойства, определения, теоремы, формулы и примеры из лекционного материала законспектировать в тетрадь!**

**Мне присылать их не нужно, но наличие всех лекций является одним из условий допуска к экзамену!**

**ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Изучая различные явления в окружающем нас мире, мы видим, что многие из них носят случайный характер - в том смысле, что по однократному наблюдению нельзя точно предсказать, как то или иное явление будет протекать при повторном наблюдении. Так, при посадке одного дерева нельзя быть уверенным, что оно приживется. Посеянное зерно может дать всходы, а может и не взойти. Если единожды метать жребий, то невозможно достоверно предсказать, что выпадет: *орел или решка!*

Однако, если повторять наблюдение много раз, то можно заметить закономерность того или иного исхода испытаний, и часто появляется возможность описать его количественно, то есть с помощью чисел. При подбрасывании монеты отношение числа выпадений *аверса* или *реверса* к общему числу метаний мало отличается от ; при этом, чем больше испытаний, тем ближе это отношение к половине. О результатах подобных наблюдений говорят, что они обладают *статистической устойчивостью.*

Математические модели для описания случайных событий, которые могут быть воспроизведены при неизменных условиях сколь угодно раз и которые при этом обладают свойством статистической устойчивости, изучаются в разделе математики, носящем название *теории вероятностей.*

*События и их классификация*

Прежде всего, остановимся на некоторых важных первичных понятиях теории вероятностей.

**Испытание** — это осуществление определенного комплекса условий, при которых производится наблюдение. Будем предполагать, что ис­пытание может быть воспроизведено сколь угодное число раз. Испытаниями являются метание монеты, стрельба по мишени, бросание игральной кости.

Результат, или исход, испытания называется *событием*. Событиями являются: выпадение орла или решки, попадание в цель или промах, появление того или иного числа очков на брошенной игральной кости.

Для обозначения событий используются большие буквы латинского алфавита: *А, В, С*..

Два события называются *совместными,* при данном испытании, если появление одного из них не исключает появление другого, и несовместными, если появление одного из них исключает появление другого. Например, при однократном бросании игральной кости. выпадение четырех очков (событие *А)* и выпадение четного числа очков(событие *B)* – совместимые события, а выпадение пяти очков (событие *C)* и число очков, кратного трем (событие *D)* – несовместные.

Два несовместных события, исчерпывающие все множество возможных событий, на­зываются *противоположными (*обозначения *А* и ). При однократном бросании монеты если *А* – выпадение орла, то ­ – выпадение решки.

Событие называется **достоверным**, если при данном испытании оно происходит наверняка, и невозможным, если в этих условиях оно заведомо не может произойти. Заметим, что достоверное и невозможное события являются противоположными.

Термин *случайное* применяют к событию, которое при данном испытании мо­жет либо произойти, либо не произойти.

 *Суммой* двух событий *А и В* называется событие *С*, состоящее в появлении хотя бы одного из них; записывают  Например, покупатель покупает молоко – событие *А*, покупатель покупает кефир – событие *В*, покупатель выходит из магазина не с пустыми руками событие 

*Произведением* двух событий *А* и *В* называется событие *С*, состоящее в совместном наступлении обоих событий; Например, пассажир доезжает до вокзала – событие *А*, поезд с пассажиром отправляется в путь – событие *В*. Тогда событие *С* – пассажир благополучно отбывает – есть произведение*: С=АВ.*

*Классическое определение вероятности*

Наблюдая или изучая какие-нибудь два или несколько событий, мы замечаем, что одни из них более, а другие менее возможны, то есть каж­дое событие обладает той или иной мерой возможности. Число, выра­жающее меру возможности некоторого события при данном испытании называется *вероятностью этого события.* Поясним на примере.

*Пример 1*.

В ящике перемешано 25 шаров, из них 10 белых, 7 красных, 4 зеленых, 4 голубых. Испытание состоит в том, что наудачу вынимается один шар. При этом возможны следующие события: вынутый шар – белый *(А),* красный *(В),* зеленый*(С),*голубой *(D).* Числа10/25, 7/25, 4/25 и 4/25 характеризуют меру возможности соответствующих событий. Общий подход к оценке меры возможности такого рода событий выражает следующее:

**Определение 3.** Вероятностью *Р(А*) события *А* при данном испытании *называется от­ношение числа т исходов, благоприятных для А, к числу п всевозможных исходов:*

*Р(А)=.*

Таким образом, вероятность – это некоторая *числовая функция* случайного события.

*Пример 2.*

 Дети, еще не знающие алфавита, играют в «паровозики», выстраивая наугад один за другим кубики, на которых написаны буквы: у одного ребенка М,А,Т,Е,М,А,Т,И,К,А, а у другого Ф,И,З,И,К,А. Какова вероятность того, что в результате у первого получится слово МАТЕМАТИКА, а у второго ФИЗИКА?

 Решение. Вероятности *P(A)* и *P(B)*, соответственно, следующие:



Этот результат можно истолковать и так, что вероятность стать математиком почти в тысячу раз меньше, чем стать физиком!

 Перечислим некоторые очевидные **свойства вероятностей**.

1. *Так как* 0  *т**п, то* 0 *Р(А)*1*.*

2. *Если А* – *событие невозможное, то Р(А) =* 0.

3. *Если В* – *событие достоверное, то Р(В) =* 1.

4. *Р(А) +P(*) = 1.

 Если вероятность события *А* зависит от того, произошло событие *В* или нет, то говорят об *условной вероятности* события *А* и обозначают ее *P(A/B).* В противном случае говорят, что *А* независимо от *В.*

*Теоремы сложения и умножения вероятностей*

 По аналогии с суммами и произведениями функций, изучаемых в математическом анализе, рассматриваются суммы и произведения вероятностей. На свойствах этих операций сказывается специфика «аргументов», роль которых здесь играют случайные события.

 **Теорема 1 (сложения).** *Вероятность суммы событий (то есть вероятность наступления хотя бы одного из них) в случае их несовместности равна сумме их вероятностей:*



*В общем случае вероятность суммы двух событий равна сумме их вероятностей минус вероятность их произведения:*



Приведем геометрическую иллюстрацию этой теоремы, воспринимаяпроизведения *AB* как пересечение множеств  (рис.1)



 **Рис. 1**

**Теорема 2 (умножения).** *Вероятность произведения двух событий (то есть вероятность совместного наступления событий А и В) в случае независимых событий равна произведению их вероятностей.*



*В общем случае вероятность произведения двух событий равна произведению одного из них на ус­ловную вероятность другого:*



*Пример.*

 Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны, соответственно, *Р(А*) = 0,7 и *Р(В)* = 0,8. производят по одному выстрелу. Определить вероятность хотя бы одного попадания в цель.

 Решение. Поскольку промах есть событие противоположенное попаданию в мишень, то, по четвертому свойству, вероятность промаха для этих стрелков равны, соответственно, *P()=*0,3 *и P()=*0,2*.* По теореме 2, вероятность промаха обоих стрелков равна произведению *P()P()=*0,3**∙**0,2=0,06*.* Поэтому вероятность противоположного события (хотя бы одного попадания в цель) по тому же свойству вероятностей равна разности: 1 – 0.06 = 0.94.

 *Формула полной вероятности события.*

Формулу, объединяющую теоремы сложения и умножения, устанавливает

**Теорема 3 (полной вероятности)**. *Вероятность события А, которое может произойти при условии осуществления одного из несовместных событий В1, В2, В3,* ... , *Вп, образующих полную группу (то есть исчерпывающих все возможные события) определяется формулой*



Проиллюстрируем эту формулу примером.

 *Пример 7*.

 Азотное удобрение поступает на склад хозяйства из двух пунктов, причем из первого пункта в два раза больше, чем из второго. Вероятность события, что удобрение из первого пункта удовлетворяет стандарту, равна , а соответствующая вероятность для второго пункта равна . Определить вероятность события *А* = {взятое для пробы на складе хозяйства удобрение удовлетворя­ет стандарту}.

Решение. Обозначим:

событие *В1* = {удобрение поступило из первого пункта};

событие *В2* = {удобрение поступило из второго пункта}.

событие  = {удобрение из первого пункта удовлетворяет стандарту}

событие  = {удобрение из первого пункта удовлетворяет стандарту}

Находим:





Событие *А* имеет большую вероятность, оно практически до­стоверно, так как оно наступает в среднем в 87 случаях из 100.